PROBLEMA 1 (2 puntos)

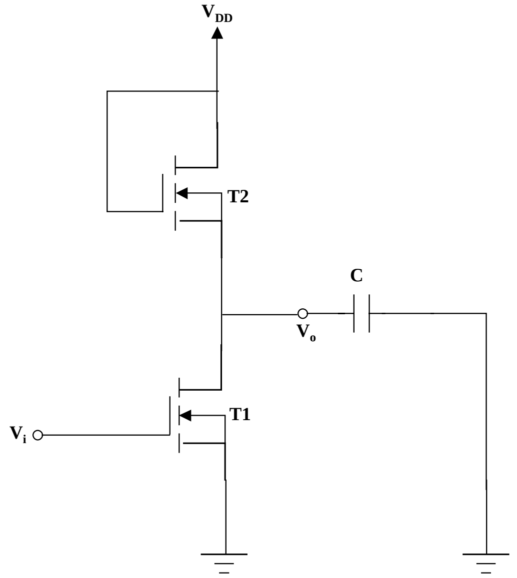
En el circuito inversor de la figura determinar la evolución temporal de la salida V_o cuando se aplica a la entrada del mismo una señal $V_i(t)$. Despreciar los efectos de conmutación internos de los transistores. Calcular la ecuación de la tensión V_o para cada tramo de la señal V_i. Suponer que la constante de tiempo de carga y descarga del condensador en cada uno de los tramos es mucho menor que T.

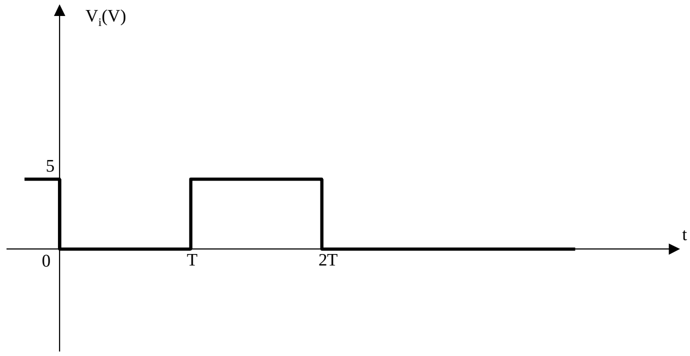
Datos: $V_{DD} = 5$ V, C = 1 μF

T1 y T2 idénticos ($V_{TH} = 3$ V, K = 0,3 mA/V^2)

Zona de saturación => $I_D = K(V_{GS} - V_{TH})^2$

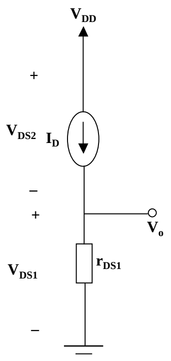
Zona óhmica => $r_{DS} \approx 100\ \Omega$





---

* Para t < 0$^-$ y suponiendo el condensador en régimen permanente => $I_o = 0$
T2 saturado ya que $V_{DS2} = V_{GS2}$
T1 óhmica
$V_{GS1} = 5V$



$$I_D = K(V_{GS2} - V_{TH})^2$$

$$I_D \cdot r_{DS1} = V_{DD} - V_{GS2} \Rightarrow I_D = \frac{V_{DD} - V_{GS2}}{r_{DS1}}$$

$$K(V_{GS2} - V_{TH})^2 = \frac{V_{DD} - V_{GS2}}{r_{DS1}} \Rightarrow 0{,}03 \cdot V_{GS2}^2 + 0{,}82 \cdot V_{GS2} - 4{,}73 = 0$$

$$V_{GS2} = \begin{cases} 4{,}89166V \\ -32{,}225V \end{cases}$$

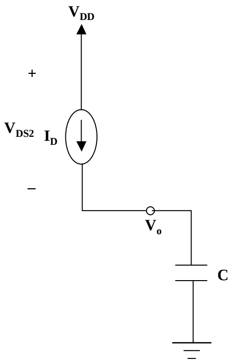
$$V_{GS2} = 4{,}89166V \Rightarrow I_D = K(V_{GS2} - V_{TH})^2 = 1{,}08mA$$

$$V_o = V_{DS1} = V_{DD} - V_{GS2} = 5V - 4{,}89166V = 0{,}10834V => T1 \quad \text{óhmica}$$

* t = 0$^+$
$V_{GS1} = 0V$ => T1 corte
$V_o\ (0^+) = 0{,}10834V$

* $0^+ < t < T$

T1 corte y T2 saturado. El condensador se irá cargando y V_o va aumentando hasta que el transistor T2 entra en corte cuando $V_{GS2} = V_{TH} = 3V \Rightarrow V_o = V_{DD} - V_{GS2} = 5V - 3V = 2V$.



Entonces, en este periodo de tiempo y como suponemos que la constante de tiempo de carga del condensador es mucho menor que T, la tensión V_o pasará de una tensión 0,10834V a una tensión de 2 V según una ecuación no exponencial (ya que al variar V_o también irá variando I_D) que será la siguiente:

$$I_D = C\frac{dV_o(t)}{dt}$$

$$I_D = K\left(V_{GS2} - V_{TH}\right)^2 = K\left(V_{DD} - V_o(t) - V_{TH}\right)^2$$

Igualando las dos ecuaciones y sustituyendo valores quedaría la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dV_o(t)}{dt} = 300 \cdot \left(V_o^2(t) - 4V_o(t) + 4\right)$$

Suponiendo que la constante de tiempo de carga sea mucho menor que T, se puede decir que $V_o(T^-)=2V$

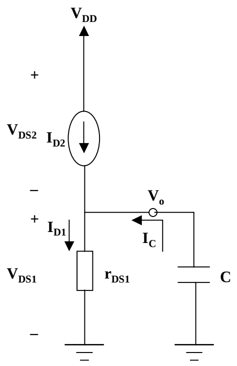
* $t = T^+$

$V_o(T^+) = 2V$

$V_{GS1} = 5V \Rightarrow$ T1 conduce en óhmica

* $T^+ < t < 2T$

El condensador empieza a descargarse por T1 que está en óhmica y entonces T2 empezará a conducir otra vez en saturación.



En este periodo de tiempo la tensión V_o pasa de una tensión de 2 V a la tensión final cuando $I_C = 0$ que es de 0,10834V (suponiendo que en un tiempo T es suficiente para alcanzar este régimen estable en el condensador). La ecuación que se cumple en este periodo será la siguiente:

$$I_C = -C\frac{dV_o(t)}{dt}$$

$$I_{D2} = K\left(V_{GS2} - V_{TH}\right)^2 = K\left(V_{DD} - V_o(t) - V_{TH}\right)^2$$

$$I_{D2} = I_{D1} - I_C = \frac{V_o(t)}{r_{DS1}} + C\frac{dV_o(t)}{dt}$$

Igualando las dos ecuaciones de I_{D2} y sustituyendo valores quedaría la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dV_o(t)}{dt} = 300 \cdot \left(V_o^2(t) - 37{,}33V_o(t) + 4\right)$$

Suponiendo que la constante de tiempo de carga sea mucho menor que T, se puede decir que $V_o(2T^-)=0{,}10834V$

* $t > 2T$

En la conmutación en 2T ocurrirá lo mismo que en t = 0.