

### PROBLEMA 1 (3 puntos)

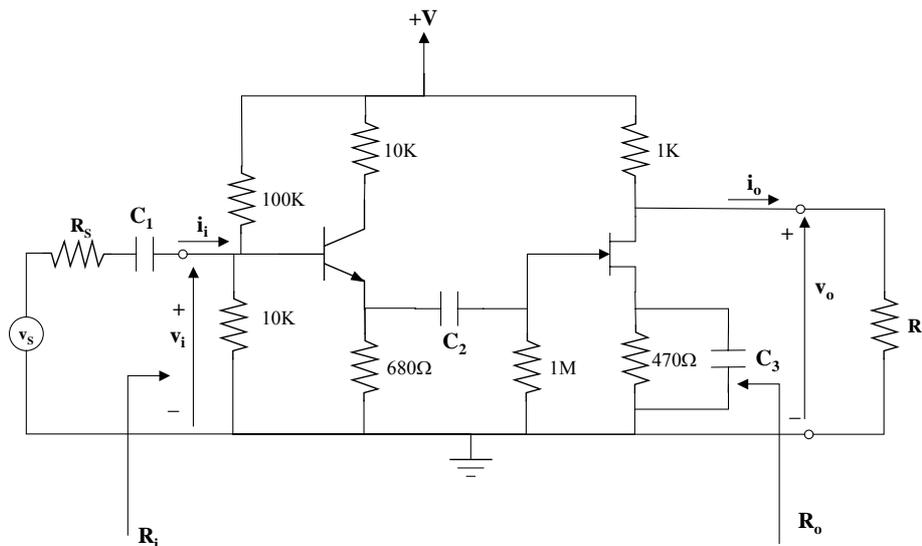
En el amplificador de la figura calcular:

- La ganancia de tensión ( $A_V = v_o/v_i$ ) y la ganancia total de tensión ( $A_{VS} = v_o/v_s$ ) a frecuencias medias (1 punto)
- La ganancia de corriente ( $A_I = i_o/i_i$ ) a frecuencias medias (0,5 puntos)
- La resistencia de entrada y resistencia de salida a frecuencias medias (0,5 puntos)
- La frecuencia de corte inferior aproximada. (0,5 puntos)
- La frecuencia aproximada de corte superior (0,5 puntos)

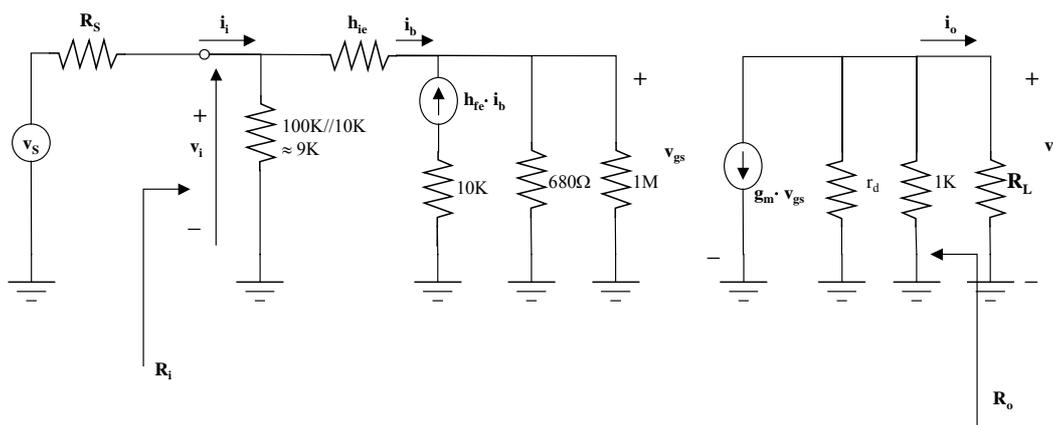
Datos:  $C_1 = C_2 = 5 \mu\text{F}$     $C_3 \rightarrow \infty$     $R_S = 500 \Omega$     $R_L = 100 \text{ k}\Omega$

Transistores bipolar:  $h_{fe} = 50$     $h_{ie} = 1,5 \text{ k}\Omega$

FET:  $g_m = 10 \text{ mA/V}$     $r_d = 200 \text{ k}\Omega$     $C_{gs} = 100 \text{ nF}$     $C_{gd} = 100 \text{ pF}$



a) Circuito equivalente a frecuencias medias:



$$v_o = -g_m \cdot v_{gs} \cdot ((r_d // 1K) // R_L) = -g_m \cdot v_{gs} \cdot ((200K // 1K) // 100K) = -g_m \cdot v_{gs} \cdot 0,985K = -10 \cdot v_{gs} \cdot 0,985 = -9,85 \cdot v_{gs}$$

$$v_i = i_b \cdot h_{ie} + (1 + h_{fe}) \cdot i_b \cdot (680\Omega // 1M) \Rightarrow i_b \approx \frac{v_i}{h_{ie} + (1 + h_{fe}) \cdot 680\Omega}$$

$$v_{gs} = v_i - h_{ie} \cdot i_b = v_i - h_{ie} \cdot \frac{v_i}{h_{ie} + (1 + h_{fe}) \cdot 680\Omega} = v_i \cdot \left( 1 - \frac{h_{ie}}{h_{ie} + (1 + h_{fe}) \cdot 680\Omega} \right)$$

$$A_V = \frac{v_0}{v_i} = - \frac{9,85 \cdot v_{gs}}{\frac{v_{gs}}{\left( 1 - \frac{h_{ie}}{h_{ie} + (1 + h_{fe}) \cdot 680} \right)}} = -9,85 \cdot \left( 1 - \frac{h_{ie}}{h_{ie} + (1 + h_{fe}) \cdot 680} \right) = -9,85 \cdot \left( 1 - \frac{1500}{1500 + (1 + 50) \cdot 680} \right) = -9,44$$

$$A_{VS} = \frac{v_0}{v_s} = A_V \cdot \frac{v_i}{v_s}$$

$$\frac{v_i}{v_s} = \frac{R_i}{R_s + R_i}$$

$$R_i = \frac{v_i}{i_i} = \frac{i_b \cdot h_{ie} + (1 + h_{fe}) \cdot i_b \cdot 680}{i_b \cdot \frac{h_{ie} + (1 + h_{fe}) \cdot 680}{9000} + i_b} = 9000 \cdot \frac{h_{ie} + (1 + h_{fe}) \cdot 680}{h_{ie} + (1 + h_{fe}) \cdot 680 + 9000} =$$

$$9000 \cdot \frac{1500 + (1 + 50) \cdot 680}{1500 + (1 + 50) \cdot 680 + 9000} = 7207,17\Omega$$

$$A_{VS} = A_V \cdot \frac{R_i}{R_s + R_i} = -9,44 \cdot \frac{7207,17}{500 + 7207,17} = -8,82$$

$A_V = -9,44$ $A_{VS} = -8,82$
-----------------------------------

b) Ganancia de corriente:

$$A_I = \frac{i_0}{i_i} = \frac{\frac{v_0}{R_L}}{\frac{v_i}{R_i}} = \frac{v_0}{v_i} \cdot \frac{R_i}{R_L} = -9,44 \cdot \frac{7207,17}{100000} = -0,68$$

$A_I = -0,68$
---------------

c) La resistencia de entrada ya se calculó en el apartado a y su valor es  $R_i = 7207,17 \Omega$ .

Para calcular la resistencia de salida se debe cortocircuitar la señal de entrada, es decir,  $v_s = 0$ . Esto implica que  $i_b = 0$  y por lo tanto  $v_{gs} = 0$ .

Analizando el circuito de salida con  $v_{gs} = 0$  queda que la resistencia de salida es:

$$R_0 = 1K // r_d = \frac{1K \cdot 200K}{1K + 200K} = 995\Omega$$

$R_i = 7207,17 \Omega$ $R_0 = 995 \Omega$
----------------------------------------------

d) La frecuencia de corte inferior viene limitada por los condensadores  $C_1$  y  $C_2$  ( $C_3$  al tener un valor muy grande situara un polo muy cercano a la frecuencia cero).

Calculamos la resistencia que ve el condensador  $C_1$ :

$$R_{C1} = R_s + R_i = 500\Omega + 7207,17\Omega = 7707,17\Omega$$

Y ahora calculamos la frecuencia aproximada del polo que introduce este condensador:

$$f_{p1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_{C1} \cdot C_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 7707,17\Omega \cdot 5 \cdot 10^{-6} F} = 4,13 Hz$$

Hacemos lo mismo con el condensador  $C_2$ :

$$R_{C2} = 1M + (680\Omega // R_x)$$

donde  $R_x$  es la resistencia vista desde el emisor del transistor bipolar hacia la entrada.

$$R_x = \frac{v_x}{i_x}$$

$$v_x = -i_b \cdot h_{ie} - i_b \cdot (9K // R_s)$$

$$i_x = -(1 + h_{fe}) \cdot i_b$$

$$R_x = \frac{h_{ie} + (9K // R_s)}{1 + h_{fe}} = \frac{1500 + \frac{9000 \cdot 500}{9000 + 500}}{1 + 50} = 38,69\Omega$$

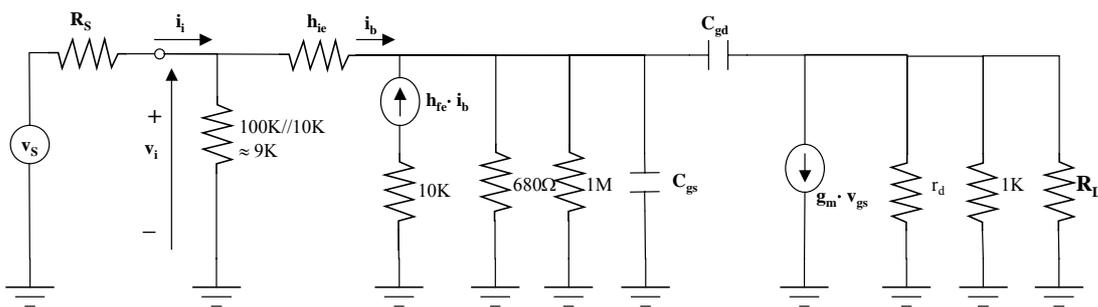
$$R_{C2} = 10^6 + \frac{680 \cdot 38,69}{680 + 38,69} \approx 1M$$

$$f_{p2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_{C2} \cdot C_2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 31,83 mHz$$

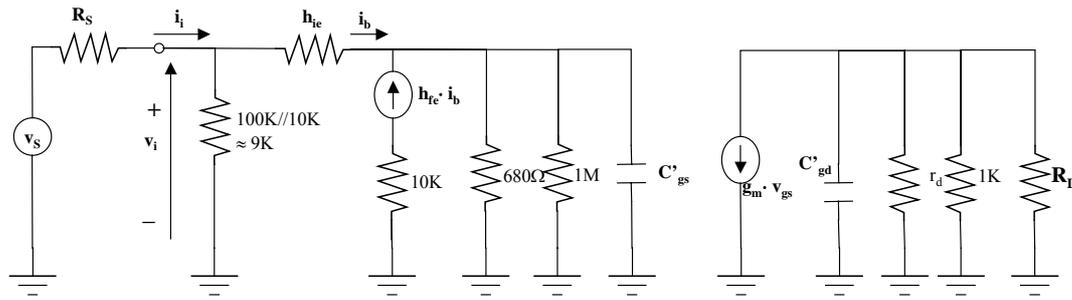
Por lo tanto  $f_{p1}$  es el polo dominante y es el que marca la frecuencia de corte inferior.

$$f_L \approx f_{p1} \approx 4,13 Hz$$

e) El circuito equivalente a altas frecuencias sería el siguiente:



Cada una de las capacidades del FET introduce un polo a alta frecuencia. Para analizar este circuito se aplica Miller quedando el siguiente circuito equivalente:



Donde:

$$C'_{gs} = C_{gs} + C_{gd} \cdot (1 - K)$$

$$C'_{gd} = C_{gd} \cdot \left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

A frecuencias medias  $K = \frac{v_d}{v_g} = \frac{-g_m \cdot v_{gs} \cdot (r_d // 1K // R_L)}{v_{gs}} = -g_m \cdot (r_d // 1K // R_L) = -9,85$

$$C'_{gs} = 100nF + 0,1nF \cdot (1 + 9,85) = 101,08nF$$

$$C'_{gd} = 0,1nF \cdot \left(1 + \frac{1}{9,85}\right) = 0,11nF$$

Ahora se calculan las resistencias vistas por los respectivos condensadores teniendo en cuenta que cuando se trabaja con un condensador los demás se consideran circuitos abiertos.

$$R_{C'_{gs}} = (1M // 680\Omega // R_x) = (1M // 680\Omega // 38,69\Omega) = 36,6\Omega$$

$$R_{C'_{gd}} = (r_d // 1K // R_L) = 985,19\Omega$$

Los valores aproximados de las frecuencias de los polos introducidos por cada capacidad son:

$$f_{P1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_{C'_{gs}} \cdot C'_{gs}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 36,6\Omega \cdot 101,08 \cdot 10^{-6} F} \approx 43kHz$$

$$f_{P2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_{C'_{gd}} \cdot C'_{gd}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 985,19\Omega \cdot 0,11 \cdot 10^{-6} F} = 1468,6kHz$$

El  $f_{P1}$  es un polo dominante y es el que marca la frecuencia de corte superior.

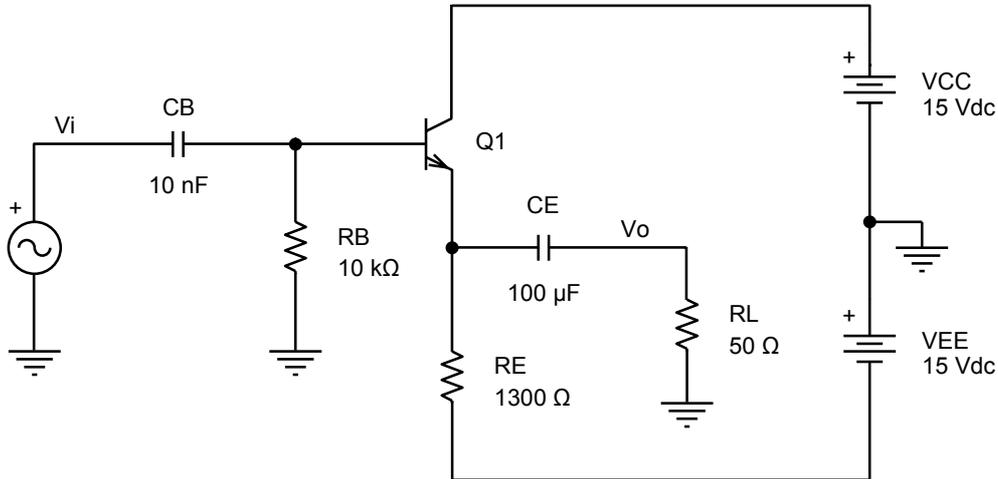
$f_H \approx f_{P1} \approx 43 \text{ kHz}$
---------------------------------------------

**PROBLEMA 2 (3 puntos)**

Dado el siguiente amplificador basado en un transistor bipolar en configuración de colector común, calcular:

- a) La ganancia de tensión a frecuencias medias (1 punto)
- b) La respuesta ( $V_o/V_i$ ) en baja frecuencia (1 punto)
- c) Dibujar el diagrama de bode del módulo (1 punto)

Datos:  $h_{fe} = 219$ ,  $r_o = h_{oe}^{-1} = 8480 \Omega$ ,  $h_{ie} = 552 \Omega$ ,  $R_B = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_E = 1300 \Omega$ ,  $R_L = 50 \Omega$ ,  $C_E = 100 \mu\text{F}$ ,  $C_B = 10 \text{ nF}$ .



Solución del apartado a). Respuesta a frecuencias medias:

Para obtener la respuesta del amplificador a frecuencias medias se utiliza su circuito equivalente de pequeña señal de la Figura 1. La resistencia de salida  $r_o$  del transistor, la resistencia  $R_E$  de polarización y la de carga  $R_L$ , se pueden sustituir por una resistencia  $R_o$  equivalente al paralelo de las tres, tal y como se muestra en (1). De este modo, la tensión de salida viene dada por (2). Además, la corriente de base se obtiene con (3), a partir de la caída de tensión en la resistencia  $h_{ie}$  de entrada del transistor.

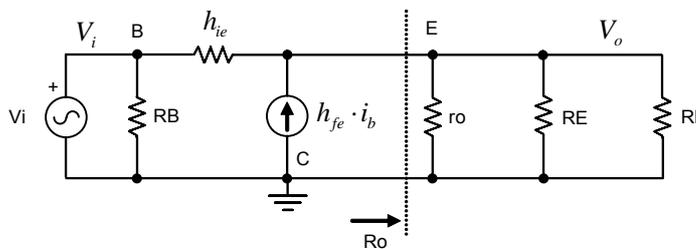


Figura 1. Circuito equivalente de pequeña señal a frecuencias medias.

$$R_o = \frac{1}{\frac{1}{r_o} + \frac{1}{R_E} + \frac{1}{R_L}} = 47.87 \Omega \tag{1}$$

$$V_o = (i_B + h_{fe} \cdot i_b) \cdot R_o = i_B \cdot (1 + h_{fe}) \cdot R_o \tag{2}$$

$$i_B = \frac{V_i - V_o}{h_{ie}} \tag{3}$$

Ahora, con (2) y (3), se obtiene la expresión (4), que relaciona la tensión de entrada y la de salida, y que proporciona la expresión buscada de la ganancia a frecuencias medias (5). Tal y como era de esperar, la esta ganancia es ligeramente inferior a la unidad.

$$V_o = \frac{V_i - V_o}{h_{ie}} \cdot (1 + h_{fe}) \cdot R_o \quad (4)$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + \frac{h_{ie}}{R_o \cdot (1 + h_{fe})}} = \frac{R_o \cdot (1 + h_{fe})}{R_o \cdot (1 + h_{fe}) + h_{ie}} = \frac{47.87 \cdot (1 + 219)}{47.87 \cdot (1 + 219) + 552} = 0.95 \quad (5)$$

Solución apartado b). Respuesta a frecuencias bajas, opción 1:

Ahora, para estudiar la respuesta a baja frecuencia se utiliza el circuito equivalente de pequeña señal de la Figura 2, en el que se consideran las capacidades de acoplo CB y CE. Cada una de estas capacidades introduce un cero en el origen (están en serie con el camino de la señal) y un polo, para cuyo cálculo se tendrán en cuenta las resistencias equivalentes vistas desde cada una de las citadas capacidades.

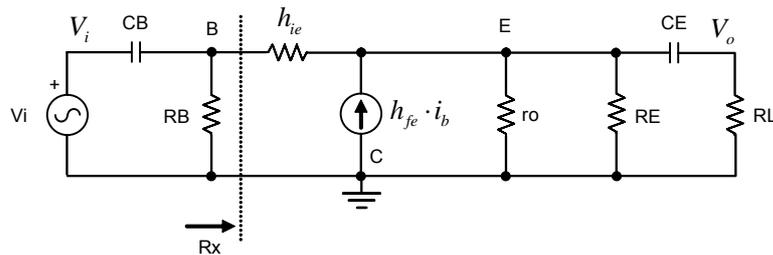


Figura 2. Circuito equivalente de pequeña señal del amplificador en colector común.

Para evaluar el efecto de CB se calcula la resistencia equivalente que se ve desde sus bornes. Según el esquema de la Figura 3, esta resistencia será el paralelo de RB con la resistencia equivalente Rx, teniendo en cuenta que para ver el efecto de CB se considera CE en cortocircuito.

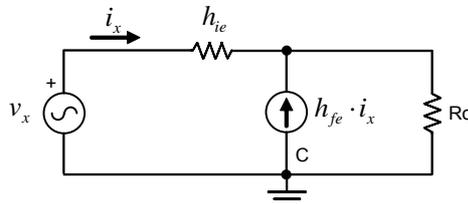


Figura 3. Circuito equivalente para calcular la resistencia equivalente Rx que resulta en paralelo con RB.

$$V_o = i_x \cdot (1 + h_{fe}) \cdot R_o \quad (6)$$

$$\frac{V_x - V_o}{h_{ie}} = i_x \quad (7)$$

$$V_x = i_x \cdot [h_{ie} + R_o \cdot (1 + h_{fe})] \quad (8)$$

$$R_x = \frac{V_x}{i_x} = h_{ie} + R_o \cdot (1 + h_{fe}) = 552 + 47.87 \cdot (1 + 219) = 11083.4 \Omega \quad (9)$$

$$f_{pCB} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot CB \cdot (RB // R_x)} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 5256.9} = 3027 \text{ Hz} \quad (10)$$

Para evaluar el efecto de CE, también se supone la otra capacidad, o sea, CB, en cortocircuito. Ahora el circuito equivalente útil para calcular la resistencia que ve el condensador CE es el siguiente.

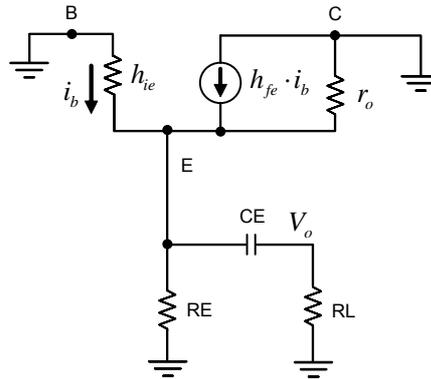


Figura 4. Circuito equivalente para calcular la resistencia que se ve desde el condensador de salida CE.

En el circuito de la Figura 4, como la resistencia de salida del transistor está entre emisor y masa, se puede poner en paralelo con RE, tal y como muestra la Figura 5.

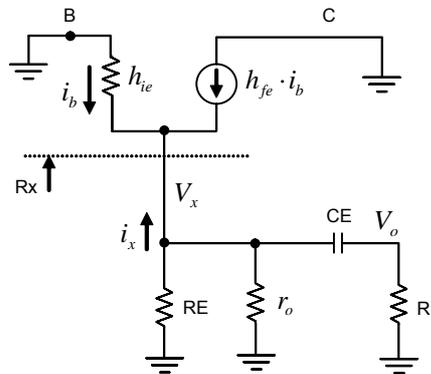


Figura 5. Circuito equivalente para calcular la resistencia que se ve desde el terminal de emisor.

Siguiendo el esquema de la Figura 5 se calcula la resistencia vista desde el emisor con el par de expresiones (11) y (12), de las cuales se deduce (13), la cual da una resistencia equivalente de 2.509  $\Omega$ . Finalmente, la resistencia vista desde CE es, según (14), la suma de la de carga RL con el paralelo de la de salida del transistor  $r_o$ , la resistencia equivalente vista desde el emisor  $R_x$ , y RE.

$$i_b \cdot h_{ie} = -V_x \quad (11)$$

$$-i_x = i_b \cdot (1 + h_{fe}) \quad (12)$$

$$\frac{V_x}{i_x} = R_x = \frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}} = \frac{552}{220} = 2.509 \Omega \quad (13)$$

$$R_{CE} = RL + (R_x // r_o // RE) = 50 + \frac{1}{\frac{1}{2.509} + \frac{1}{8480} + \frac{1}{1300}} = 52.5 \Omega \quad (14)$$

Por tanto, la frecuencia del polo que aporta CE está dada por (15).

$$f_{pCE} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot CB \cdot R_{CE}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot 52.5} = 30.31 \text{ Hz} \quad (15)$$

Solución apartado b). Respuesta a frecuencias bajas, opción 2:

Cabe destacar que se ha considerado para el cálculo de la frecuencia del polo de CE que la capacidad CB es un cortocircuito, pero, teniendo en cuenta que el polo de CB está dos décadas por encima, sería más aproximado suponer que a 30 Hz la capacidad de acoplo de entrada CB es un circuito abierto, ya que está muy lejos de los 3 027 Hz. Así, de esta forma se consideraría el circuito equivalente de la Figura 6. Ahora RB está en serie con  $h_{ie}$ , es decir, hay que sumarsela, ya que al considerar CB un circuito abierto, al sustituir por un corto el generador de entrada, este último ya no cortocircuita a la resistencia RB, como sucedía en la opción 1 anterior.

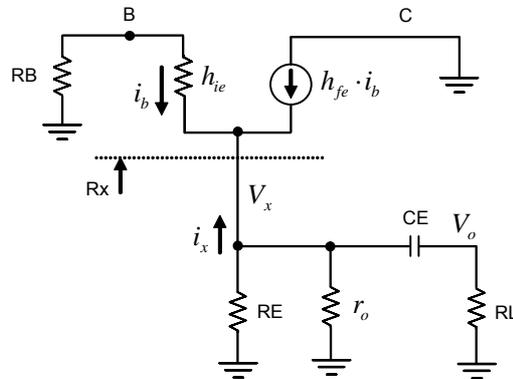


Figura 6. Circuito equivalente de la opción 2.

A frecuencias por debajo de 300 Hz (una década por debajo del polo introducido por la capacidad CE), la capacidad de acoplo de entrada se considera con una impedancia muy elevada, concretamente, a 30 Hz tiene una impedancia de 530 kΩ.

$$\frac{V_x}{i_x} = R_x = \frac{h_{ie} + RB}{1 + h_{fe}} = \frac{10\,552}{220} = 47.96 \, \Omega \quad (16)$$

$$R_{CE} = RL + (R_x // r_o // RE) = 50 + \frac{1}{\frac{1}{47.96} + \frac{1}{8\,480} + \frac{1}{1\,300}} = 74 \, \Omega \quad (17)$$

Por tanto, la frecuencia del polo que aporta CE, considerando CB un circuito abierto, está dada por (15).

$$f_{pCE} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot CB \cdot R_{CE}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot 74} = 66.2 \, \text{Hz} \quad (18)$$

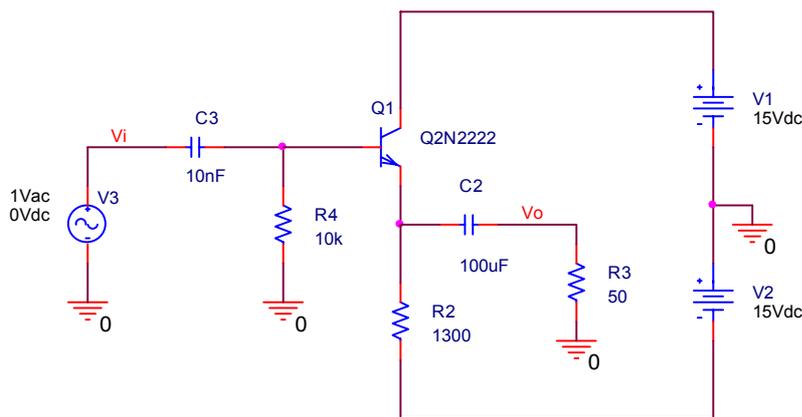


Figura 7. Esquema del amplificador simulado con OrCAD PSpice.

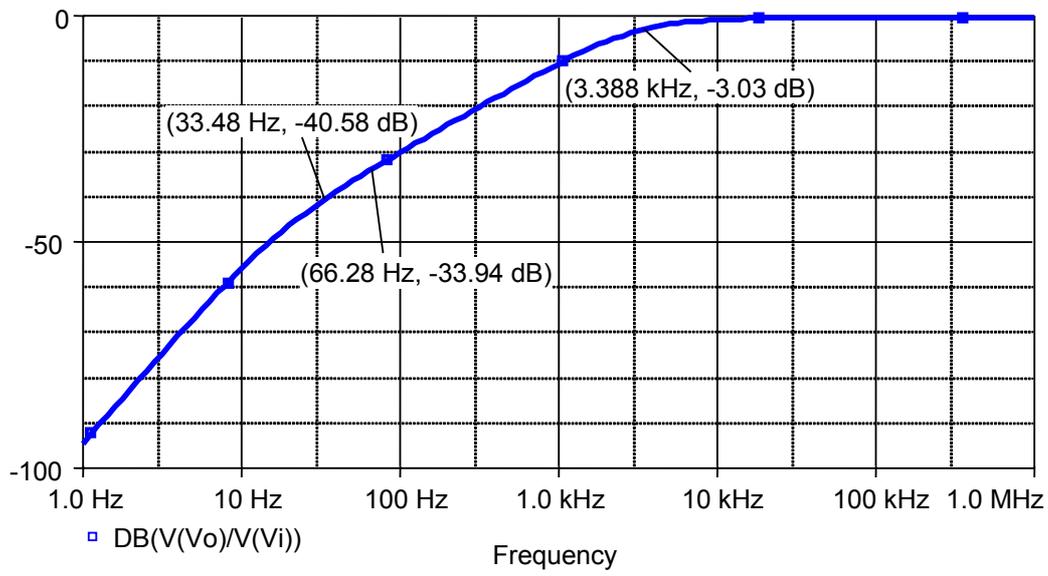


Figura 8. Gráfica de la respuesta en baja frecuencia del amplificador en colector común acoplado en alterna.