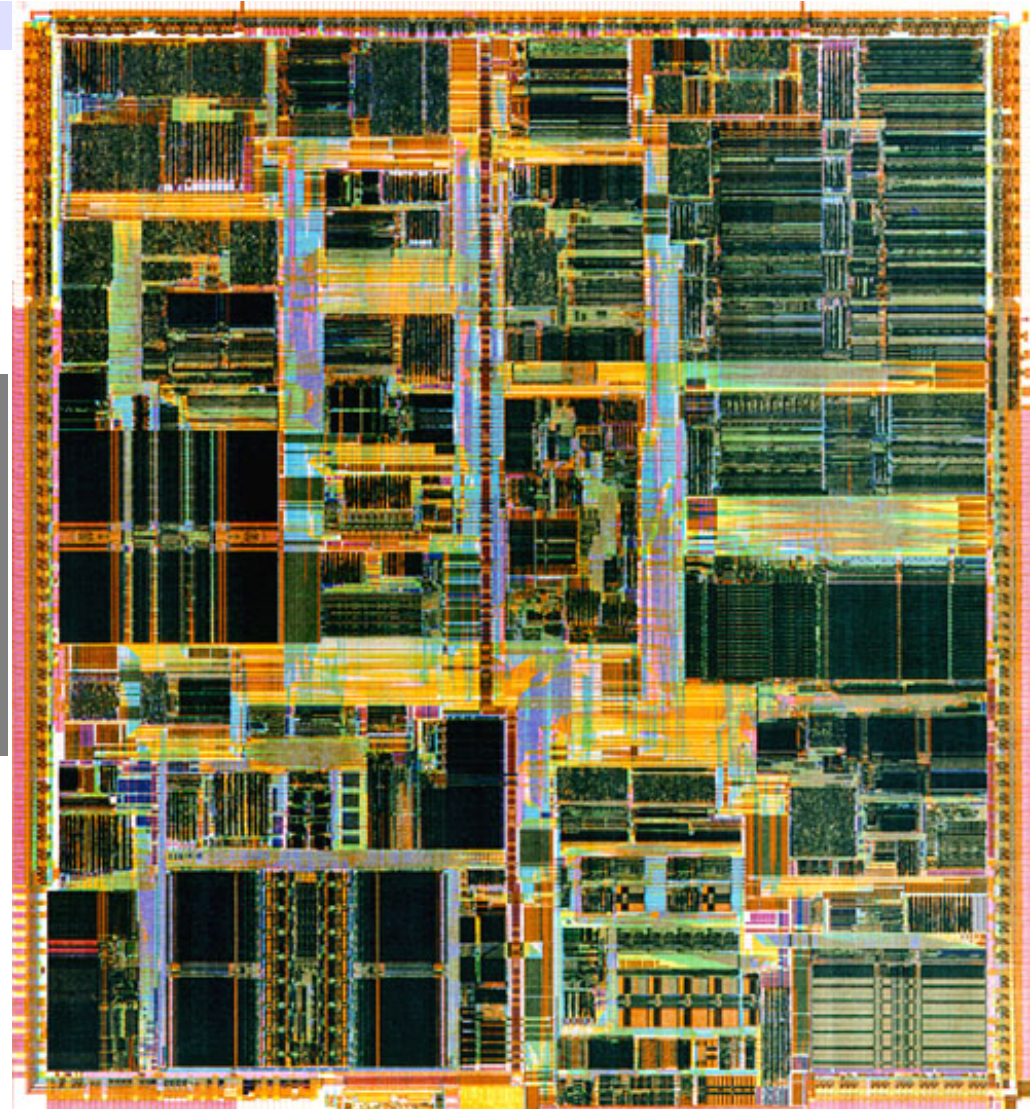


Dispositivos Electrónicos II

CURSO 2010-11

Tema 6 **RESPUESTA EN** **FRECUENCIA DE** **AMPLIFICADORES**

Miguel Ángel Domínguez Gómez
Camilo Quintáns Graña



DEPARTAMENTO DE
TECNOLOGÍA ELECTRÓNICA



UNIVERSIDAD DE VIGO



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE
INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN

RESPUESTA EN FRECUENCIA (I)

RESPUESTA EN FRECUENCIA (I)

1. INTRODUCCIÓN

- 1.1. Circuitos equivalentes
- 1.2. Objetivo
- 1.3. Diagramas de Bode

RESPUESTA EN FRECUENCIA (I)

1. INTRODUCCIÓN

- 1.1. Circuitos equivalentes
- 1.2. Objetivo
- 1.3. Diagramas de Bode

2. MODELO EN PI DEL TRANSISTOR BIPOLAR

RESPUESTA EN FRECUENCIA (I)

1. INTRODUCCIÓN

- 1.1. Circuitos equivalentes
- 1.2. Objetivo
- 1.3. Diagramas de Bode

2. MODELO EN PI DEL TRANSISTOR BIPOLAR

3. MODELO DEL TRANSISTOR UNIPOLAR EN ALTA FRECUENCIA

RESPUESTA EN FRECUENCIA (I)

1. INTRODUCCIÓN

- 1.1. Circuitos equivalentes
- 1.2. Objetivo
- 1.3. Diagramas de Bode

2. MODELO EN PI DEL TRANSISTOR BIPOLAR

3. MODELO DEL TRANSISTOR UNIPOLAR EN ALTA FRECUENCIA

4. RESPUESTA DE LA GANANCIA DE CORRIENTE DE UNA ETAPA EN EMISOR COMÚN CON SALIDA EN CORTOCIRCUITO

RESPUESTA EN FRECUENCIA (I)

1. INTRODUCCIÓN

- 1.1. Circuitos equivalentes
- 1.2. Objetivo
- 1.3. Diagramas de Bode

2. MODELO EN PI DEL TRANSISTOR BIPOLAR

3. MODELO DEL TRANSISTOR UNIPOLAR EN ALTA FRECUENCIA

4. RESPUESTA DE LA GANANCIA DE CORRIENTE DE UNA ETAPA EN EMISOR COMÚN CON SALIDA EN CORTOCIRCUITO

5. RESPUESTA DE LA GANANCIA DE CORRIENTE DE UNA ETAPA EN EMISOR COMÚN CON CARGA RESISTIVA

1. INTRODUCCIÓN

1.1 CIRCUITOS EQUIVALENTES

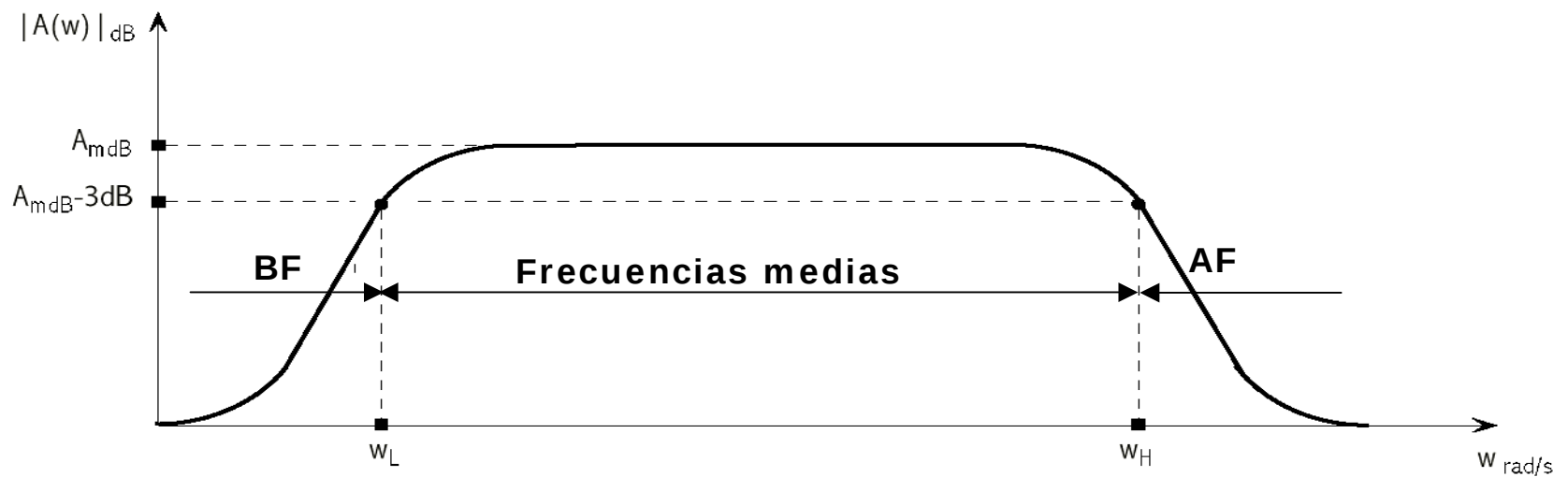
Estudio de las propiedades dinámicas de los amplificadores en **pequeña señal** incluyendo las capacidades en el análisis:

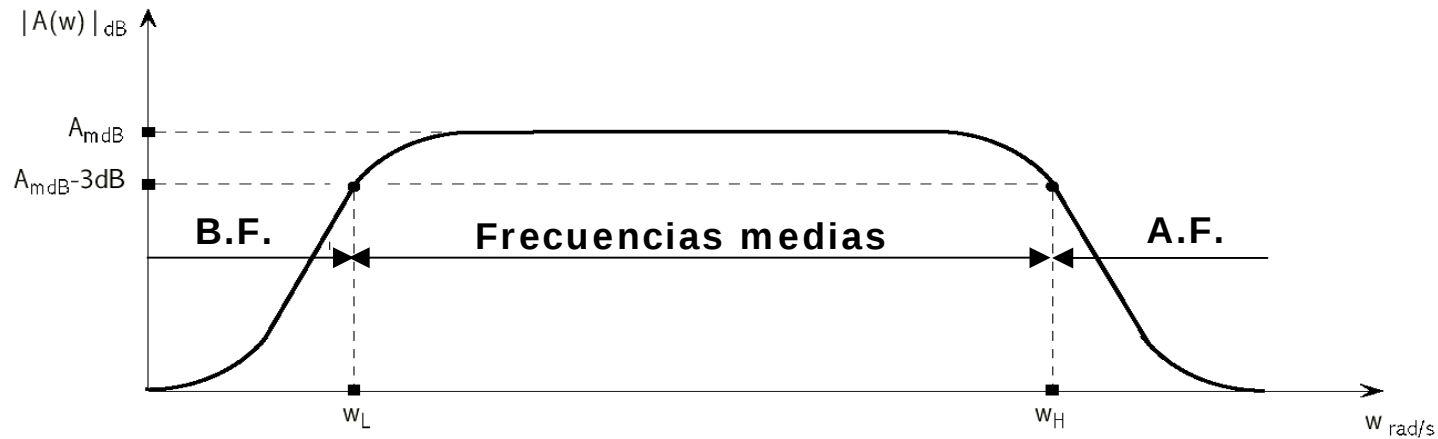
Condensadores de acoplo y desacoplo

-> Hacen que la ganancia disminuya en bajas frecuencias (BF)

Capacidades internas del transistor

-> Hacen que la ganancia disminuya en alta frecuencia (AF)





Circuitos equivalentes del transistor

a) Frecuencias medias:

- Ignorar las capacidades internas del transistor
- Considerar los condensadores de acoplo y desacoplo como cortocircuitos
- Considerar la ganancia constante

b) Bajas frecuencias:

- Ignorar las capacidades internas del transistor
- Incluir los condensadores de acoplo y desacoplo
- Si $s=jw \rightarrow \infty \Rightarrow$ aproximar los resultados a frecuencias medias

c) Alta frecuencia:

- Incluir las capacidades internas del transistor
- Considerar los condensadores de acoplo y desacoplo como cortocircuitos
- Si $s=jw \rightarrow 0 \Rightarrow$ aproximar los resultados a frecuencias medias

1.2 OBJETIVO

Obtener una estimación de la curva de respuesta en frecuencia de un amplificador mediante un **análisis manual aproximado**.

- Análisis de cada una de las tres zonas (BF, F. Medias, AF) por separado.
- Utilización de circuitos equivalentes sencillos para los transistores.

Simulación por ordenador (ORCAD PSPICE)

Permite obtener curvas de respuesta en frecuencia de gran precisión.

Análisis manual aproximado

- Idea de las principales razones físicas de que una curva tenga una determinada forma.
- Sugiere como mejorar el diseño.

1.3 DIAGRAMAS DE BODE

Expresión de la ganancia

* Respuesta general

$$A(s) = \frac{K \cdot s^q (s + z_1)(s + z_2) \cdots (s + z_M)}{(s + p_1)(s + p_2) \cdots (s + p_N)}$$

* Para excitación senoidal ω

$$A(j\omega) = \frac{K_P \cdot (j\omega)^q \left(\frac{j\omega}{z_1} + 1 \right) \left(\frac{j\omega}{z_2} + 1 \right) \cdots \left(\frac{j\omega}{z_M} + 1 \right)}{\left(\frac{j\omega}{p_1} + 1 \right) \left(\frac{j\omega}{p_2} + 1 \right) \cdots \left(\frac{j\omega}{p_N} + 1 \right)}$$

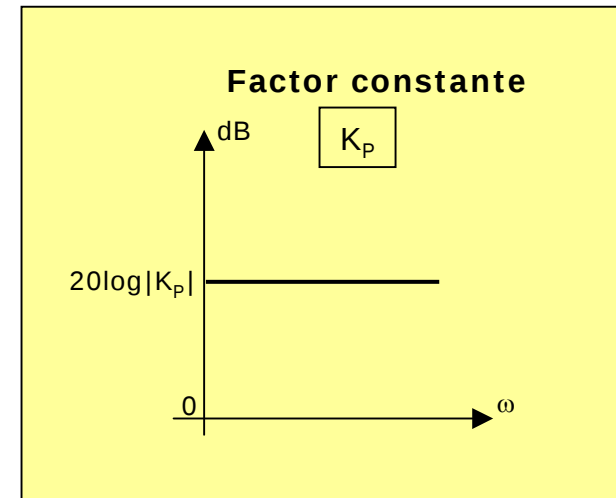
$$K_P = K \frac{\prod_{m=1}^M z_m}{\prod_{n=1}^N p_n}$$

* En decibelios

$$\left| A(j\omega) \right|_{dB} = 20\log|K_P| + 20q\log|j\omega| + \sum_{m=1}^M 20\log\left| j\frac{\omega}{Z_m} + 1 \right| - \sum_{n=1}^N 20\log\left| j\frac{\omega}{p_n} + 1 \right|$$

a) Factor constante

$$20\log|K_P| \begin{cases} - \text{Positivo si } |K_P| > 1 \text{ (Amplificación)} \\ - \text{Negativo si } |K_P| < 1 \text{ (Atenuación)} \end{cases}$$



b) Cero en $\omega = 0$

$$20\log \omega = \begin{cases} -20 \text{ dB si } \omega = 0.1 \\ 0 \text{ dB si } \omega = 1 \\ +20 \text{ dB si } \omega = 10 \\ +40 \text{ dB si } \omega = 100 \end{cases}$$

Pendiente positiva de +20 dB por década

Corta al eje de frecuencias en $\omega = 1$

c) Polo en $\omega = 0$

$$20\log \frac{1}{\omega} = -20\log \omega \begin{cases} +20 \text{ dB si } \omega = 0.1 \\ 0 \text{ dB si } \omega = 1 \\ -20 \text{ dB si } \omega = 10 \\ -40 \text{ dB si } \omega = 100 \end{cases}$$

Pendiente negativa de -20 dB por década

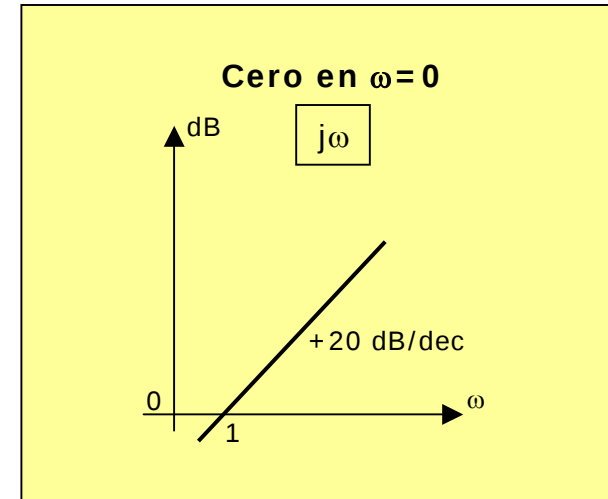
Corta al eje de frecuencias en $\omega = 1$

b) Cero en $\omega=0$

$$20\log \omega = \begin{cases} -20 \text{ dB si } \omega=0.1 \\ 0 \text{ dB si } \omega=1 \\ +20 \text{ dB si } \omega=10 \\ +40 \text{ dB si } \omega=100 \end{cases}$$

Pendiente positiva de +20 dB por década

Corta al eje de frecuencias en $\omega=1$

**c) Polo en $\omega=0$**

$$20\log \frac{1}{\omega} = -20\log \omega \begin{cases} +20 \text{ dB si } \omega=0.1 \\ 0 \text{ dB si } \omega=1 \\ -20 \text{ dB si } \omega=10 \\ -40 \text{ dB si } \omega=100 \end{cases}$$

Pendiente negativa de -20 dB por década

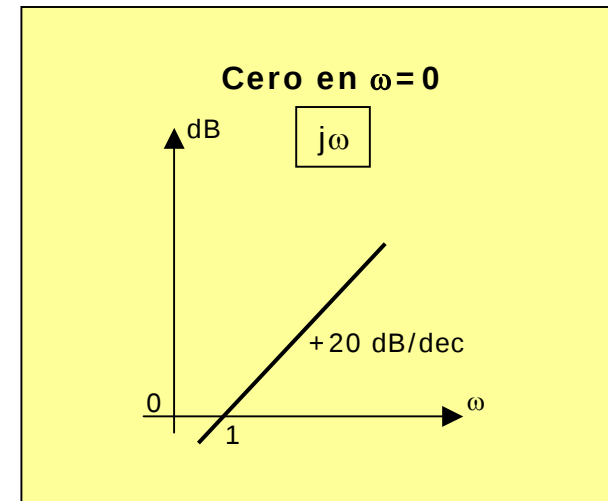
Corta al eje de frecuencias en $\omega=1$

b) Cero en $\omega=0$

$$20\log \omega = \begin{cases} -20 \text{ dB si } \omega=0.1 \\ 0 \text{ dB si } \omega=1 \\ +20 \text{ dB si } \omega=10 \\ +40 \text{ dB si } \omega=100 \end{cases}$$

Pendiente positiva de +20 dB por década

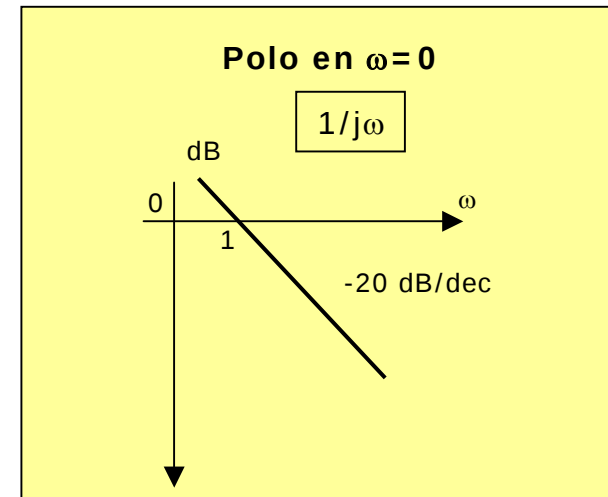
Corta al eje de frecuencias en $\omega=1$

**c) Polo en $\omega=0$**

$$20\log \frac{1}{\omega} = -20\log \omega \begin{cases} +20 \text{ dB si } \omega=0.1 \\ 0 \text{ dB si } \omega=1 \\ -20 \text{ dB si } \omega=10 \\ -40 \text{ dB si } \omega=100 \end{cases}$$

Pendiente negativa de -20 dB por década

Corta al eje de frecuencias en $\omega=1$

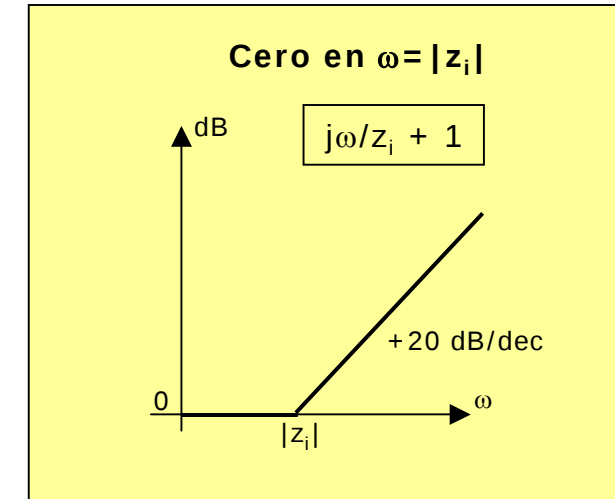


d) Cero en $\omega = |z_i|$

$$20\log\left|j\frac{\omega}{z_i} + 1\right| \approx \begin{cases} 0 \text{ dB si } \omega \ll |z_i| \\ 20\log\left|\frac{\omega}{z_i}\right| \text{ si } \omega \gg |z_i| \end{cases}$$

(+20 dB por década)

Para $\omega = |z_i| \Rightarrow 20\log|j+1| \approx +3 \text{ dB}$



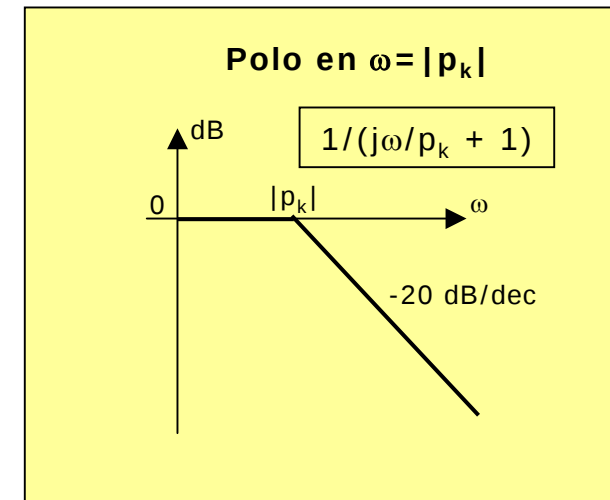
e) Polo en $\omega = |p_k|$

$$20\log\left|\frac{1}{j\frac{\omega}{p_k} + 1}\right| =$$

$$-20\log\left|j\frac{\omega}{p_k} + 1\right| \approx \begin{cases} 0 \text{ dB si } \omega \ll |p_k| \\ -20\log\left|\frac{\omega}{p_k}\right| \text{ si } \omega \gg |p_k| \end{cases}$$

(-20 dB por década)

Para $\omega = |p_k| \Rightarrow -20\log|j+1| \approx -3 \text{ dB}$



Adición gráfica de diagramas de Bode (módulo)

- Se expresa la función compleja **$A(s)$** como cociente de polinomios con términos constante, ceros o polos en el origen, ceros y polos

Se calcula y representa el término constante **K_p** en dB para $\omega = 1 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$

Se añade el termino cero/polo en el origen: recta de pendiente $\pm 20 \text{ dB/dec}$, que pasa por $(1 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}, K_p)$

Se añade la contribución de ceros (ω_{zn}) y polos (ω_{pm}):

- desde la menor frecuencia de corte, en orden creciente de ω
- cada curva no añade cambio hasta la frecuencia de corte (o dB)

Un cero o polo de multiplicidad k , proporciona cambios de pendiente de $\pm 20 \cdot k \text{ dB/dec}$

Expresión de la ganancia (fase)

* Para excitación senoidal ω

$$A(j\omega) = \frac{K_P \cdot (j\omega)^q \left(\frac{j\omega}{z_1} + 1 \right) \left(\frac{j\omega}{z_2} + 1 \right) \dots \left(\frac{j\omega}{z_M} + 1 \right)}{\left(\frac{j\omega}{p_1} + 1 \right) \left(\frac{j\omega}{p_2} + 1 \right) \dots \left(\frac{j\omega}{p_N} + 1 \right)}$$

* En grados

$$\Phi[A(j\omega)] = \Phi_c + q \cdot 90^\circ + \sum_{m=1}^M \arctg \left[\frac{\omega}{z_m} \right] - \sum_{n=1}^N \arctg \left[\frac{\omega}{p_n} \right]$$

$$\Phi_c = \begin{cases} 0 & \text{si } K_p \geq 0 \\ 180^\circ & \text{si } K_p < 0 \end{cases}$$

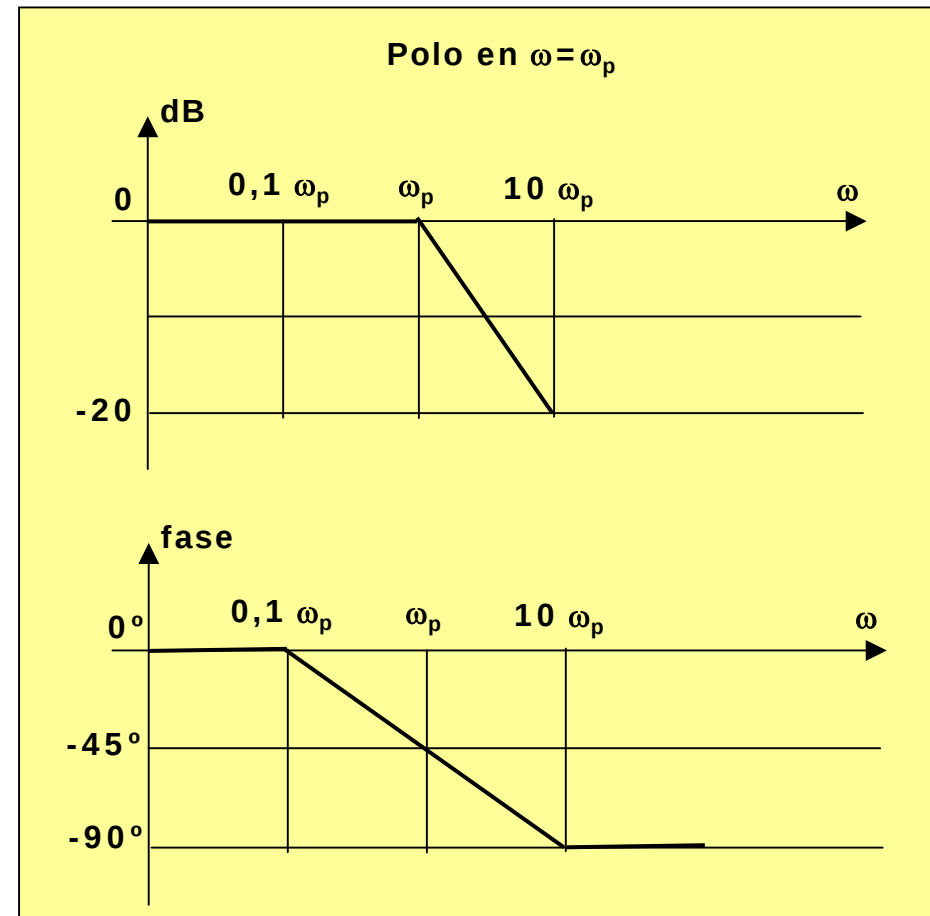
* Aproximación asintótica

$$\operatorname{arctg}\left[\frac{\omega}{a}\right] \approx \begin{cases} \operatorname{arctg} 0 = 0^\circ & \text{si } \omega \ll a \\ \operatorname{arctg} \infty = 90^\circ & \text{si } \omega \gg a \\ \operatorname{arctg} [1] = 45^\circ & \text{si } \omega = a \end{cases}$$

$$\operatorname{arctg}\left[\frac{0,1 \cdot a}{a}\right] = 5,7^\circ$$

$$\operatorname{arctg}\left[\frac{10 \cdot a}{a}\right] = 84,3^\circ$$

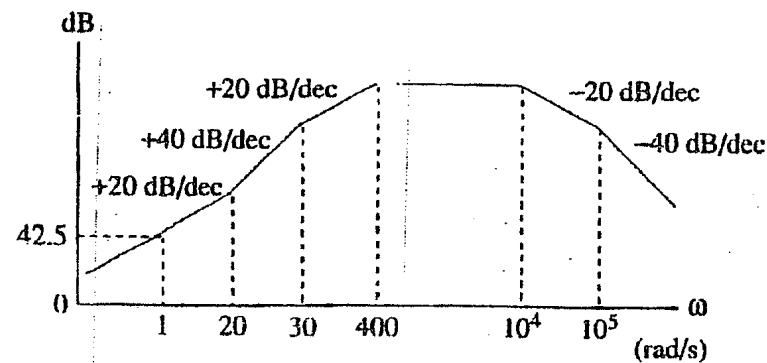
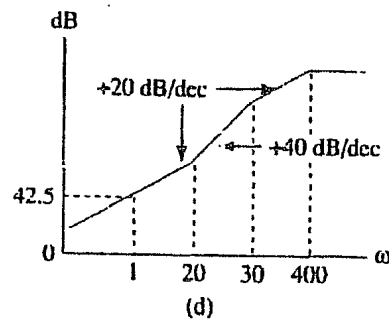
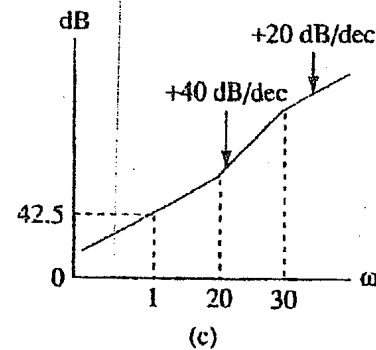
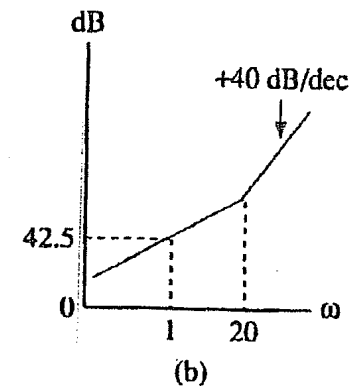
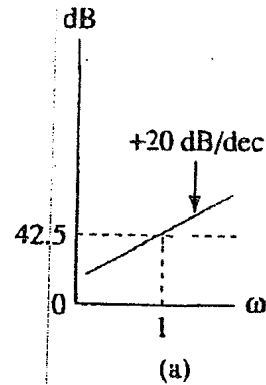
- Z_m suma 90° en dos décadas
- p_n resta 90° en dos décadas



* Ejemplo

$$A_v(j\omega) = \frac{8 \times 10^{13} \times 20}{30 \times 400 \times 10^4 \times 10^5} \frac{j\omega \left(\frac{j\omega}{20} + 1 \right)}{\left(j\frac{\omega}{30} + 1 \right) \left(j\frac{\omega}{400} + 1 \right) \left(j\frac{\omega}{10^4} + 1 \right) \left(j\frac{\omega}{10^5} + 1 \right)}$$

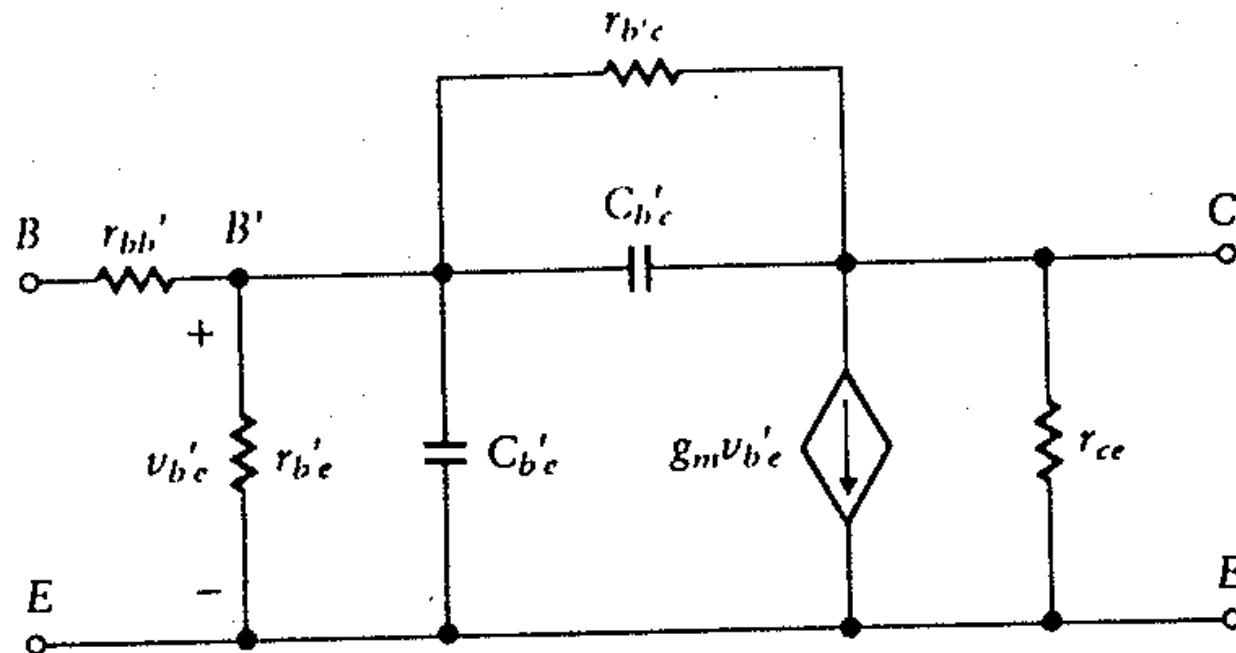
$$133.3 \rightsquigarrow 42.5 \text{ dB}$$



2. MODELO EN PI DEL TRANSISTOR

Modelo de Giacoletto

Para frecuencias $f \ll 1/\tau_B$, siendo τ_B el tiempo medio de tránsito de los minoritarios a través de la base, el comportamiento del transistor puede ser representado por este modelo:



(b) Modelo π -híbrido del BJT
en alta frecuencia

$B' \equiv$ base interna del transistor (no accesible)

$r_{bb'}$ Resistencia de dispersión de base (100Ω)
Representa la resistencia óhmica desde B' al contacto externo B

$r_{b'e}$ Resistencia de la unión base-emisor ($1 \text{ k}\Omega$)
Representa la corriente de recombinación en la base ante el exceso de minoritarios inyectados

r_{ce} Resistencia de salida ($80 \text{ k}\Omega$)
Resistencia de salida debida al aumento de I_C con V_{CE}
(modulación de la anchura de la base)

$r_{b'c}$ Resistencia de realimentación interna por efecto Early ($4 \text{ M}\Omega$)
Tiene en cuenta el efecto Early (modulación de la anchura de la base al variar V_{CB})

$C_{b'e}$ Capacidad de la unión base-emisor
Bajo polarización directa coincidirá con la capacidad de difusión de la unión base-emisor (100 pF)

$C_{b'c}$ Capacidad de la unión colector-base
Coincide prácticamente con la capacidad de transición de la unión colector-base (3 pF)

g_m Transconductancia (50 mA/V)
Expresa el hecho físico de que el exceso de minoritarios inyectados en la base, y por tanto la corriente de colector, es proporcional a V_{be}

$$g_m = \left. \frac{I_C}{V_{b'e}} \right|_{V_{ce}=0}$$

3. MODELO DEL TRANSISTOR UNIPOLAR PARA ALTA FRECUENCIA

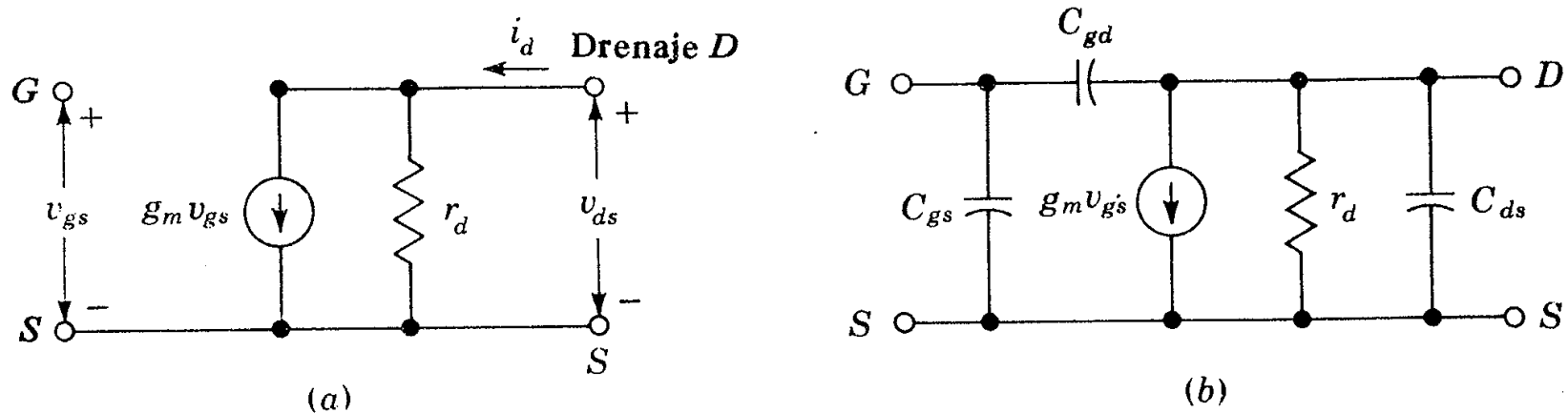
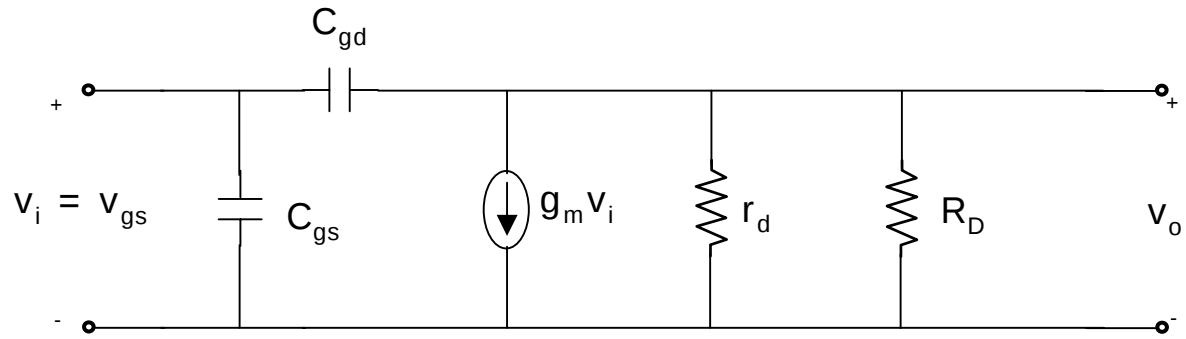
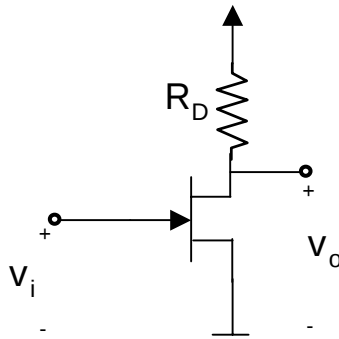


Fig. 10-8. (a) Modelo del FET para pequeña señal a baja frecuencia.
(b) El modelo para alta frecuencia, teniendo en cuenta las capacidades entre conexiones

	JFET	MOSFET
g_m	0,1 – 10 mA/V	0,1 – 20 mA/V
r_d	0,1 – 1 M Ω	1 – 50 k Ω
C_{gs}, C_{gd}	1 – 10 pF	1 – 10 pF
C_{ds}	0,1 – 1 pF	0,1 – 1 pF

Estudio de la ganancia en tensión de una etapa en fuente común



$$(v_i - v_o) \cdot s \cdot C_{gd} = g_m \cdot v_i + \frac{v_o}{(r_d // R_D)} \Rightarrow A_V(s) = \frac{s \cdot C_{gd} - g_m}{s \cdot C_{gd} + \left(\frac{1}{R_D} + \frac{1}{r_d} \right)}$$

* A frecuencias medias

$$A_V(s) = -g_m (r_d // R_D)$$

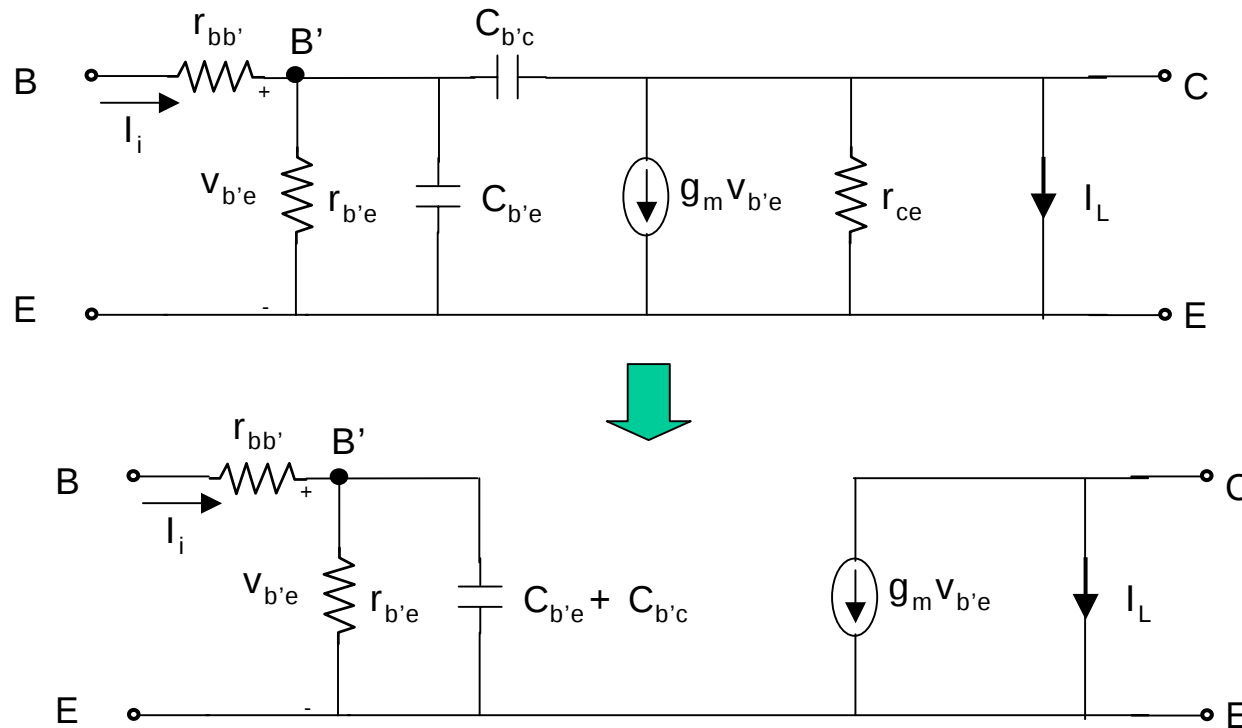
* A frecuencias altas

$A_V \rightarrow 1$ (el efecto de los condensadores es disminuir la ganancia en alta frecuencia)

4. RESPUESTA DE LA GANANCIA DE CORRIENTE DE UNA ETAPA EN EMISOR COMÚN CON SALIDA EN CORTOCIRCUITO

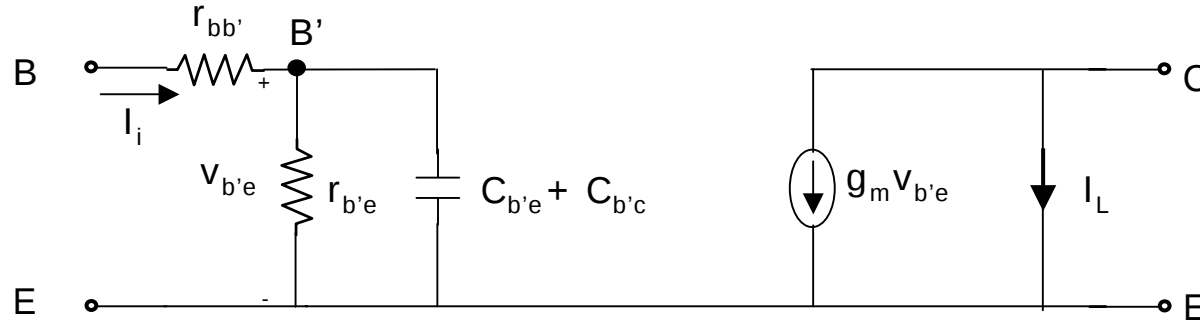
Análisis de la ganancia en corriente inherente al transistor en función de la frecuencia. El análisis con salida en cortocircuito asegura que se reflejen las limitaciones del dispositivo, por si mismo, independientemente de los componentes externos del transistor.

* **Circuito equivalente**



DE-II

RESPUESTA DE LA GANANCIA
DE CORRIENTE DE UNA ETAPA
EN EMISOR COMÚN



$$\left. \begin{aligned} I_i &= v_{b'e} \left[\frac{1}{r_{b'e}} + s(C_{b'e} + C_{b'c}) \right] \\ I_L &= -g_m \cdot v_{b'e} \end{aligned} \right\} A_i(s) = \frac{-g_m}{\frac{1}{r_{b'e}} + s(C_{b'e} + C_{b'c})}$$

$$A_i(f) = \frac{-g_m}{\frac{1}{r_{b'e}} + j2\pi f(C_{b'e} + C_{b'c})} \stackrel{\uparrow}{=} \frac{-h_{fe}}{1 + j2\pi f(C_{b'e} + C_{b'c}) \cdot r_{b'e}} = \frac{-h_{fe}}{1 + j\left(\frac{f}{f_\beta}\right)}$$

$h_{fe} = g_m \cdot r_{b'e}$

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi(C_{b'e} + C_{b'c}) \cdot r_{b'e}}$$

Tema 6: Respuesta en frecuencia

El módulo de la ganancia de corriente es:

$$|A_i| = \frac{h_{fe}}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_\beta}\right)^2}}$$

$$\text{Si } f = f_\beta \rightarrow |A_i| = \frac{h_{fe}}{\sqrt{2}}$$

Por lo que f_β representa la frecuencia de corte a -3 dB

$$\text{Si } f \ll f_\beta \rightarrow |A_i| = h_{fe} \quad (\text{para } R_L = 0)$$

¿A qué frecuencia $|A_i| = 1$?

A esa frecuencia se le llama f_T (**frecuencia de transición**) y su valor es:

$$\sqrt{1 + \left(\frac{f_T}{f_\beta}\right)^2} = h_{fe}$$

Como $f_T \gg f_\beta$ se puede despreciar el 1 y el resultado Aproximado sería:

$$\frac{f_T}{f_\beta} \approx h_{fe} \Rightarrow f_T \approx f_\beta \cdot h_{fe} = \frac{g_m}{2\pi(C_{b'e} + C_{b'c})} \approx \frac{g_m}{2\pi C_{b'e}}$$

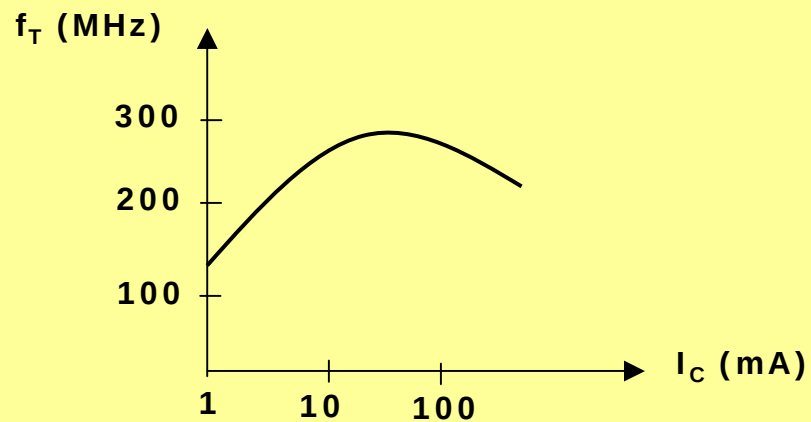
A_i se puede expresar en función de f_T en vez de f_β :

$$A_i \approx \frac{-h_{fe}}{1 + jh_{fe} \frac{f}{f_T}}$$

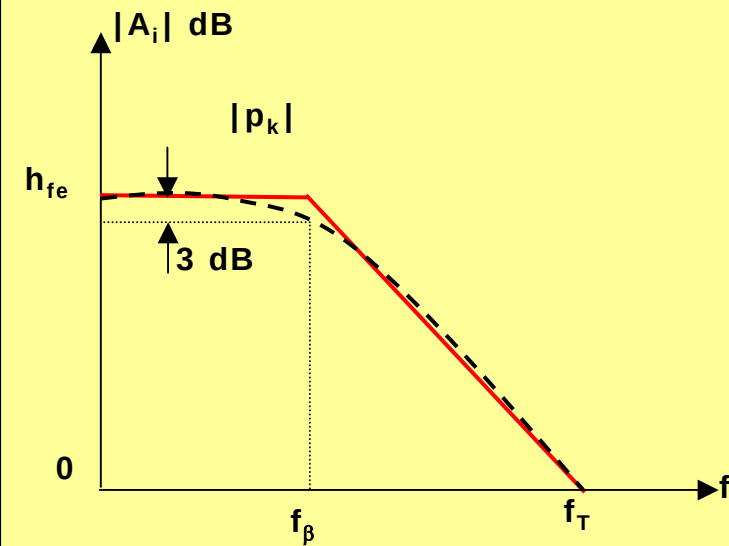
f_T depende de la corriente de polarización de colector presentando un máximo. Valores típicos:

$$f_\beta = 1,6 \text{ MHz}$$

$$f_T = 80 \text{ MHz}$$

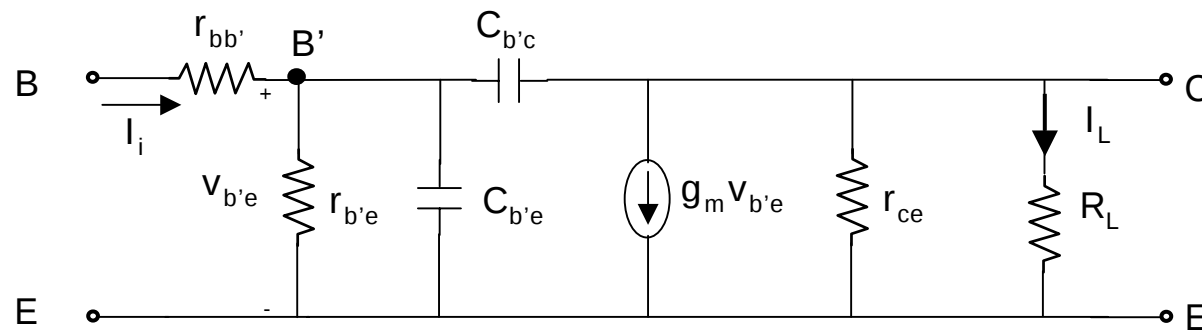


El diagrama de Bode de la ganancia de corriente



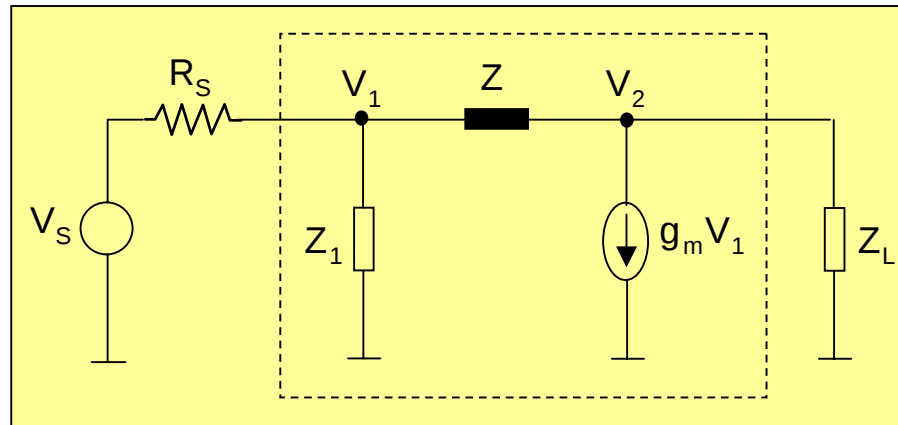
5. RESPUESTA DE LA GANANCIA DE CORRIENTE DE UNA ETAPA EN EMISOR COMÚN CON CARGA RESISTIVA

* Circuito equivalente

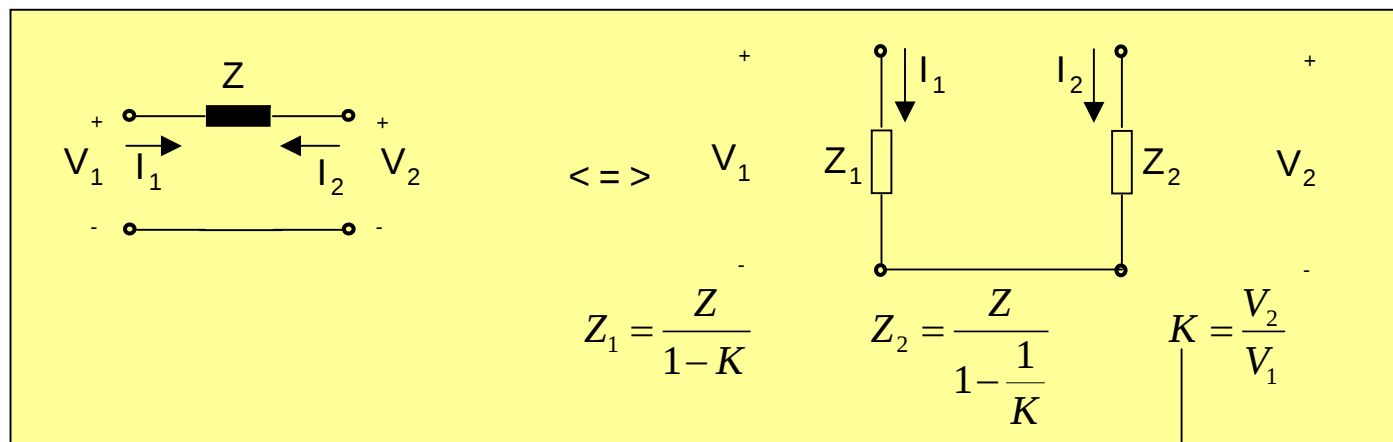


Teorema de Miller

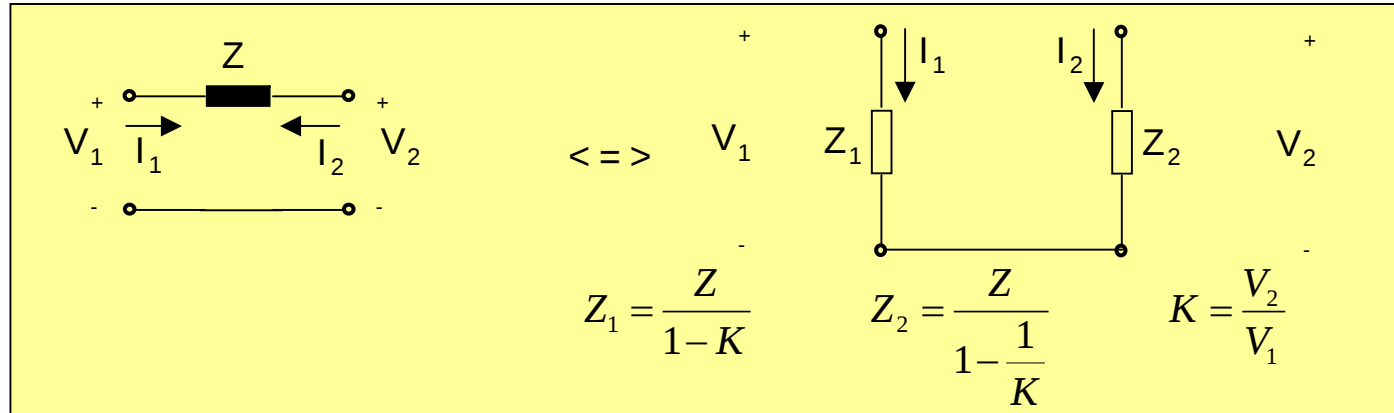
En muchos circuitos, una impedancia Z puentea la entrada y la salida de un amplificador, dando como resultado una compleja función de ganancia difícil de obtener y de interpretar.



El teorema de Miller origina un circuito de polos aislados con aproximadamente la misma frecuencia de corte superior que el amplificador original



→ Ganancia de Miller



$$\frac{V_1 - V_2}{Z} = \frac{V_1}{Z_1} \Rightarrow Z_1 = \frac{Z \cdot V_1}{V_1 - V_2} = \frac{Z}{1 - \frac{V_2}{V_1}} = \frac{Z}{1 - K}$$

En efecto:

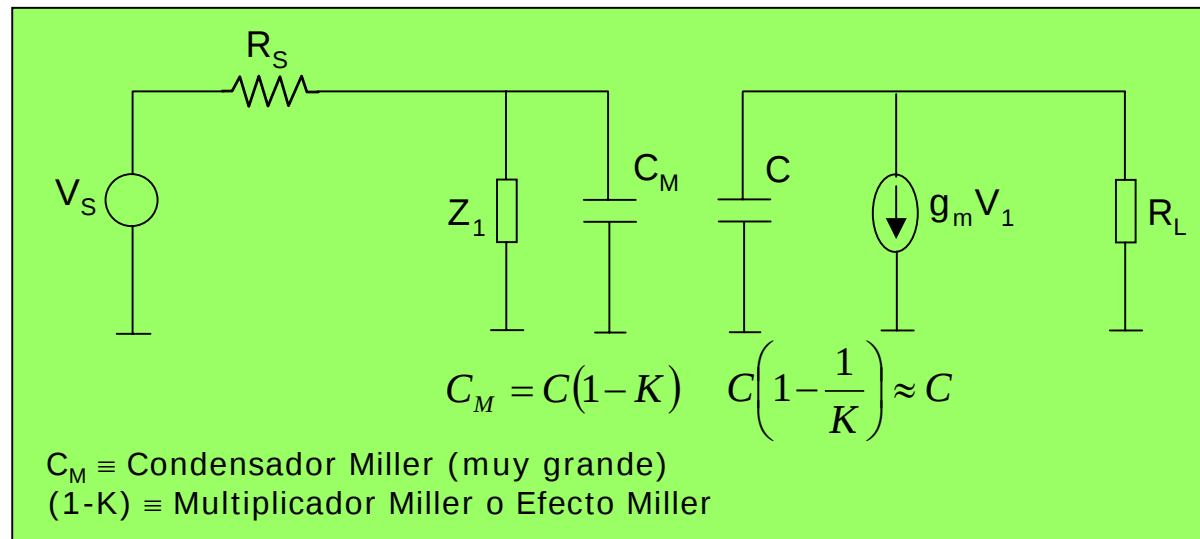
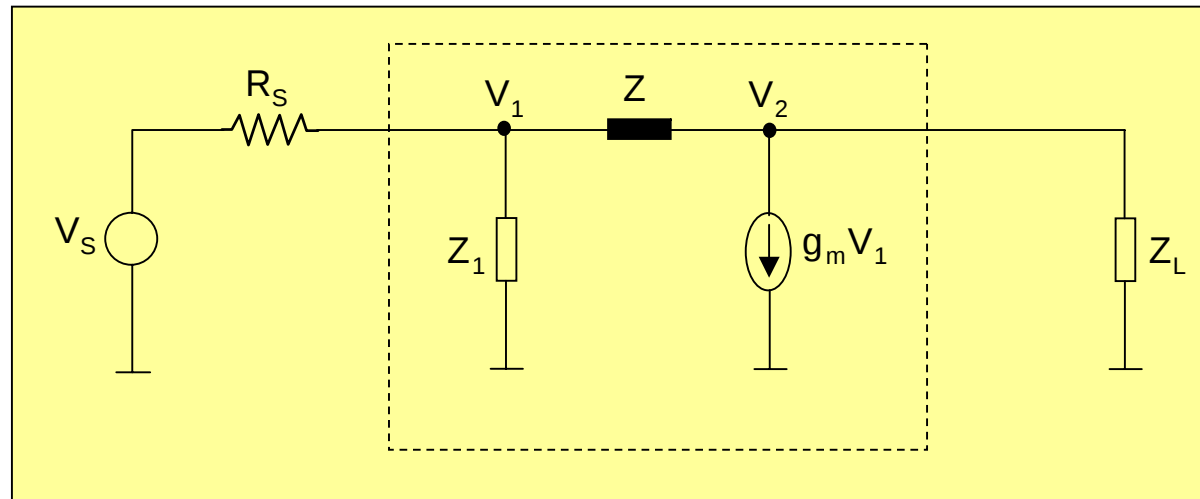
$$\frac{V_2 - V_1}{Z} = \frac{V_2}{Z_2} \Rightarrow Z_2 = \frac{Z \cdot V_2}{V_2 - V_1} = \frac{Z}{1 - \frac{V_1}{V_2}} = \frac{Z}{1 - \frac{1}{K}}$$

En los circuitos que se van a estudiar:

$$Z = \frac{1}{j\omega C} \quad (\text{impedancia de un condensador})$$

$$K \approx \text{Ganancia de Miller aproximada } -g_m R_L \quad (\text{número negativo y grande})$$

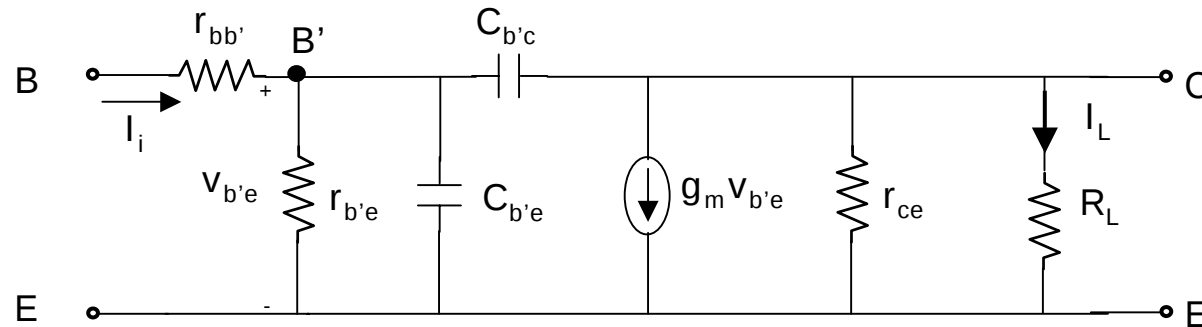
$$Z_L = R_L \quad (\text{carga resistiva})$$



Debido al multiplicador Miller, el condensador Miller del circuito de entrada suele ser responsable de un polo en alta frecuencia a una frecuencia sorprendentemente pequeña

Análisis del circuito equivalente

* Circuito equivalente

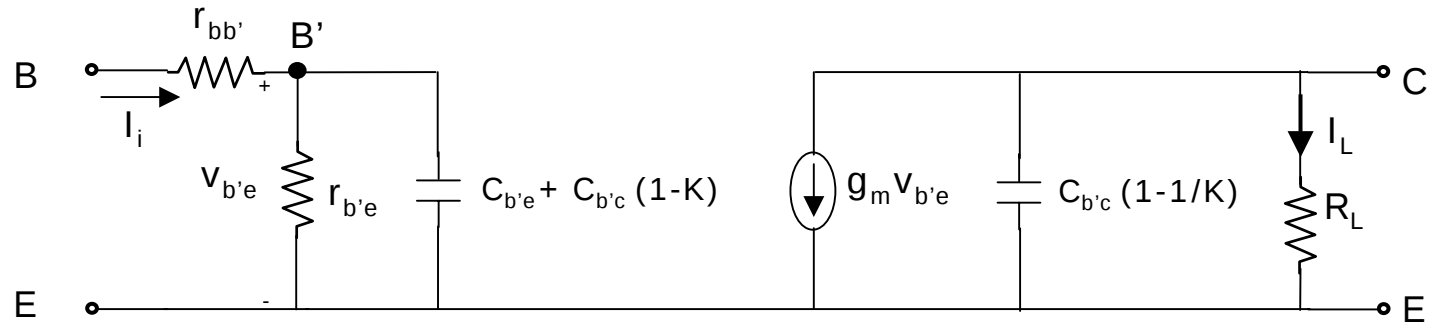


Aplicando Miller a $Z = 1/j\omega C_{b'c}$ se obtiene:

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C_{b'c} (1 - K)}$$

$$Z_2 = \frac{1}{j\omega C_{b'c} \left(1 - \frac{1}{K} \right)}$$

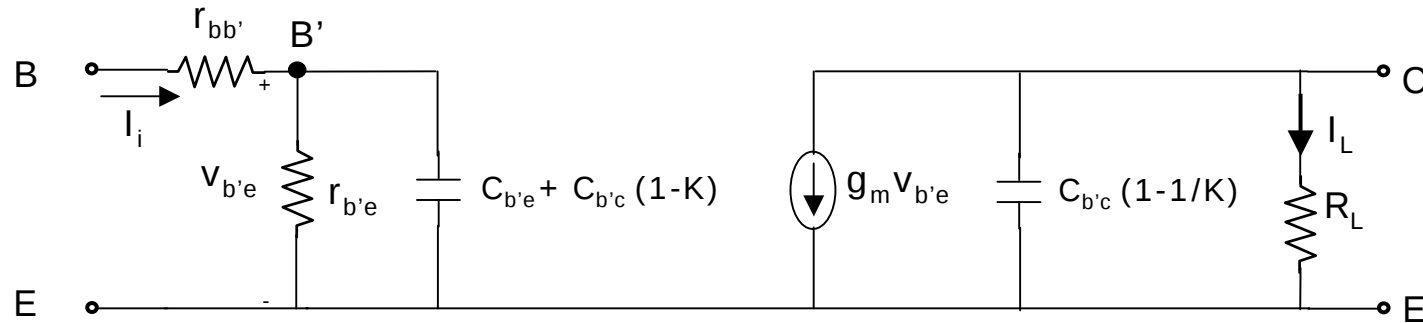
A efectos de análisis el circuito se puede transformar en el siguiente:



Se ha despreciado r_{ce} por suponer que $R_L \ll r_{ce}$ (válido si $R_L \leq 2K$)

Si se supone que $|K| \gg 1$, y que su valor no depende de la frecuencia, entonces:

$$C_{b'c} \left(1 - \frac{1}{K} \right) \approx C_{b'c}$$



$$K = \frac{V_{ce}}{V_{b'e}} = -g_m \cdot R_L$$

(se toma el valor de BF)

Valores típicos entre 20 y 200

- La entrada produce un polo por efecto de $C_{b'e} + C_{b'c}(1-K)$ cuya constante de tiempo resulta del orden de cientos de ns
- La salida produce un polo por efecto de $C_{b'c}(1-1/K) \approx C_{b'c}$ cuya constante de tiempo es del orden de varios ns

El ancho de banda queda limitado por el circuito de entrada
(por lo que queda como entrada después de aplicar Miller)

La frecuencia de corte a – 3 dB es:

$$f_H = \frac{1}{2\pi \cdot r_{b'e} \cdot C}$$

$$C = C_{b'e} + C_{b'c} (1 + g_m \cdot R_L)$$

Dedución de la ganancia de corriente:

$$I_i = v_{b'e} \left[\frac{1}{r_{b'e}} + s \cdot C \right] \quad I_L = -g_m \cdot v_{b'e} \quad h_{fe} = g_m \cdot r_{b'e}$$

$$A_i(f) = \frac{-g_m \cdot r_{b'e} \cdot v_{b'e}}{v_{b'e} (1 + r_{b'e} \cdot j\omega \cdot C)} = \frac{-h_{fe}}{1 + j\omega \cdot r_{b'e} \cdot C} = \frac{-h_{fe}}{1 + j \left(\frac{f}{f_H} \right)}$$

$$|A_i| = \frac{h_{fe}}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_H} \right)^2}}$$

Esta expresión es similar a la obtenida para salida en cortocircuito si cambiamos f_β por f_H .

$f_H < f_\beta \Rightarrow$ menor ancho de banda

En todo el cálculo se ha supuesto el amplificador alimentado por un generador ideal de corriente I_i